

EXERCICE 12n: VERIFICATION CADRE RIGIDE ET DEVERSEMENT – CORRIGÉ

THEORIE

Question 1

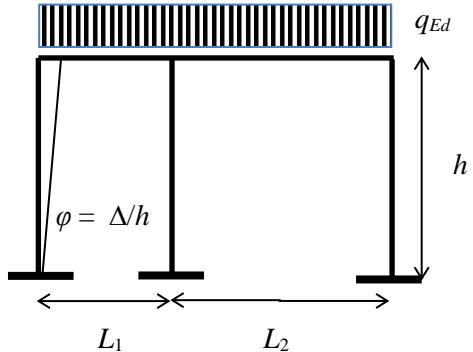
Force horizontale équivalente : faux-aplomb φ avec valeur selon SIA 263, § 4.2.3.3

$$j = \frac{\alpha_h \times \alpha_m}{200}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}$$

$$\alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{3} \right)} = 0.815$$

$$\text{donc } j = \frac{2 \times 0.815}{200} = \frac{0.00815}{\sqrt{h}}$$



Moment déstabilisant cadre « incliné », fonction de $\Delta = \varphi h$: $M = q_{Ed}(L_1+L_2) \cdot \varphi h$

Moment déstabilisant équivalent : $M = Hh$

D'où $H = q_{Ed}(L_1+L_2) \cdot \varphi$

$$\text{Et finalement : } H = \frac{0.00815}{\sqrt{h}} q_{Ed} (L_1 + L_2)$$

Question 2

L'expression générale pour la vérification d'un profilé (tout type de section constante) soumis à une interaction effort normal et flexion gauche (N , M_y et M_z), lorsque ni le flambage, ni le déversement, ne sont empêchés se trouve soit dans le TGC 10 § 6.3.4, soit dans la SIA 263, formule (50) :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{K,Rd}} + \frac{\omega_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{M_{D,Rd}} + \frac{\omega_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \cdot \frac{M_{z,Ed}}{M_{D,Rd}} \leq 1,0$$

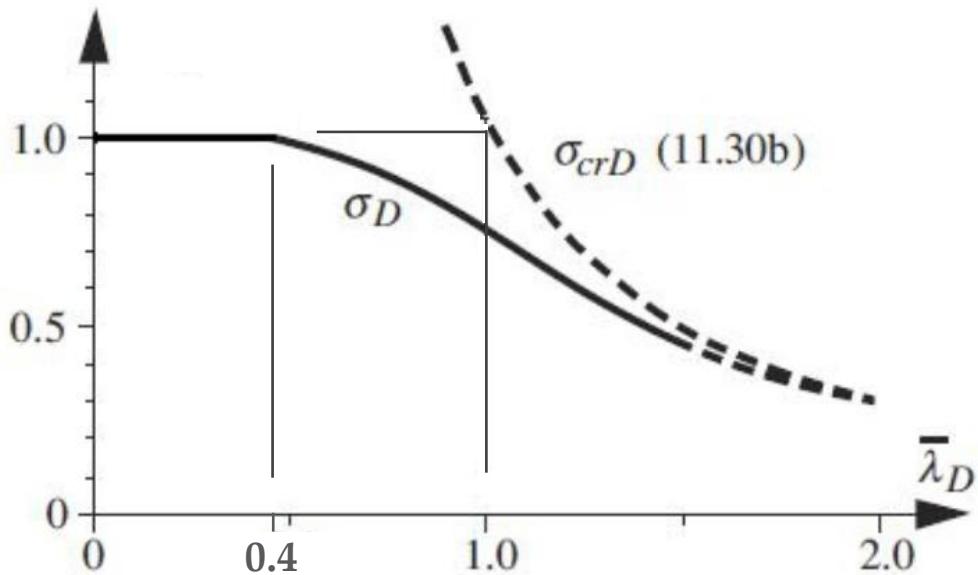
En respectant l'errata SIA 263 : 2022, outre les termes provenant du flambage (on utilise la valeur minimale au flambage selon y ou z), la résistance à la flexion selon l'axe fort $M_{y,Rd}$ est remplacée par $M_{D,Rd}$ pour tenir compte des couplages d'instabilité (déversement et flambage par flexion-torsion). Si on a une flexion biaxiale, on peut conservativement utiliser $M_{D,Rd,min}$ (moment résistant de déversement sous moment constant).

Si l'une ou les valeurs de ω_y et ω_z sont différentes de l'unité, alors une vérification en section est également nécessaire.

Question 3

Les courbes sont représentées ci-dessous, avec les points particuliers, soit la différence entre courbe de la contrainte de déversement élastique et celle de résistance ultime, le point caractéristique ayant pour coordonnées (1.0 ; 1.0), la valeur constante jusqu'à l'élancement normalisé de 0.4.

$$\chi_D = \sigma/f_y$$



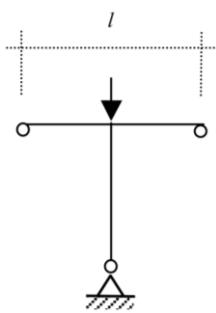
PROBLEME 1

Question 1

Pour résoudre ce cas de manière simplifiée, nous proposons de diviser le cadre en 4 sous-systèmes. Cette manière de procéder est non conservatrice, car la somme des charges critiques des sous-systèmes est en réalité plus grande ou égale à la charge critique du système global. La condition pour avoir une égalité est que tous les montants atteignent leur point d'instabilité simultanément sous le cas de charge donné, donc que le rapport N_{Ed}/N_{cr} soit constant pour tous les montants.

Les sous-systèmes choisis sont les suivants, en faisant l'hypothèse que leur point de division est au milieu des travées (points d'inflexion de la déformée de flambement) :

Montants intérieurs

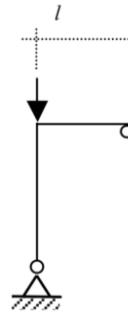


$$\eta = 1/4, \text{ courbe F}$$

$$l = 15 \text{ m}$$

$$\rho_{int} = \eta \cdot \frac{I_{y,m} \cdot l}{I_{y,t} \cdot h} = \eta \cdot \frac{I_{y,HEB360} \cdot l}{I_{y,HEA400} \cdot h}$$

Montants extérieurs



$$\eta = 1, \text{ courbe F}$$

$$l = 7.5 \text{ m}$$

$$\rho_{ext} = \eta \cdot \frac{I_{y,m} \cdot l}{I_{y,t} \cdot h} = \eta \cdot \frac{I_{y,HEA300} \cdot l}{I_{y,HEA400} \cdot h}$$

$$\rho_{int} = \frac{1}{4} \cdot \frac{431.9 \cdot 15}{450.7 \cdot 7.5} = 0.48$$

$$\rho_{ext} = 1.0 \cdot \frac{182.6 \cdot 7.5}{450.7 \cdot 7.5} = 0.41$$

Selon l'abaque SZS C4 p.20, courbe F :

$$\beta = 2.3$$

$$\beta = 2.25$$

$$h_{K,int} = \beta \cdot h = 2.3 \cdot 7.5 = 17.5 \text{ m}$$

$$h_{K,ext} = \beta \cdot h = 2.25 \cdot 7.5 = 16.9 \text{ m}$$

Question 2

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{h_K^2}$$

$$N_{cr,intérieur} = 3 \cdot 10^3 \text{ kN}$$

$$N_{cr,extérieur} = 1.33 \cdot 10^3 \text{ kN}$$

Vérification de la condition de simplification (efforts déterminés en admettant la traverse comme une poutre continue sur 4 appuis, SZS C4 p. 173)

$$\left. \begin{array}{l} \text{Montants intérieurs : } N_{Ed}/N_{cr, intérieur} = 1.1 \cdot q_d \cdot l / (3 \cdot 10^3) = 0.096 \\ \text{Montants extérieurs : } N_{Ed}/N_{cr, extérieur} = 0.4 \cdot q_d \cdot l / (1.33 \cdot 10^3) = 0.080 \end{array} \right\} \text{environ égal}$$

→ On peut admettre que tous les montants deviennent instables simultanément.

Question 3

La condition de simplification étant respectée :

$$Q_{cr} \geq \sum N_{cr} = 2 \cdot 3 \cdot 10^3 \text{ kN} + 2 \cdot 1.33 \cdot 10^3 \text{ kN} = 8.67 \cdot 10^3 \text{ kN}$$

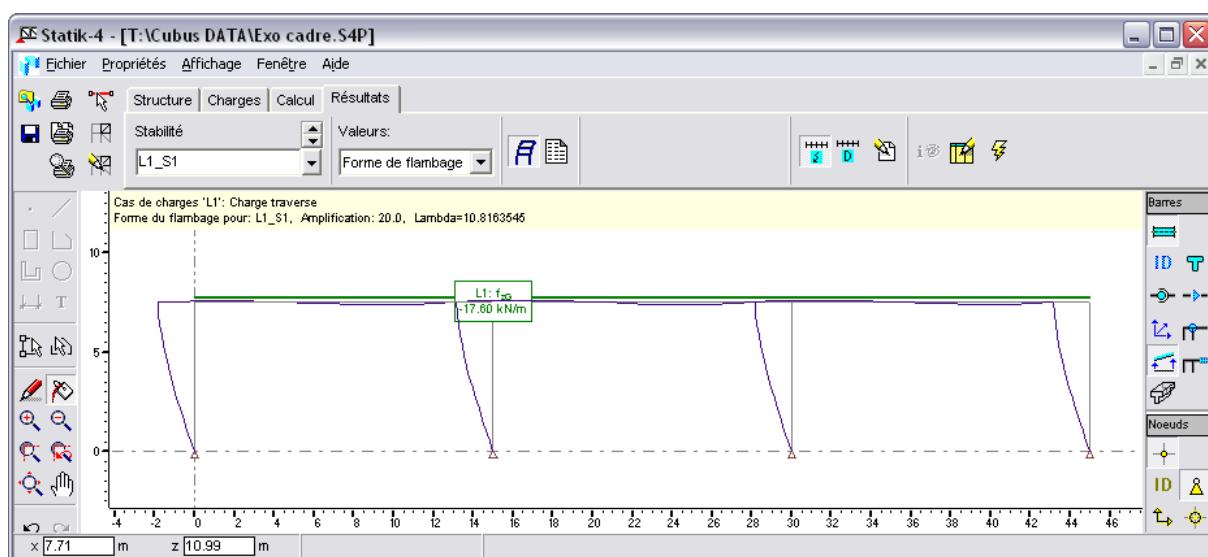
$$Q_{Ed} = \sum N_{Ed} = 3 \cdot 15 \text{ m} \cdot 17.6 \text{ kN/m} = 792 \text{ kN}$$

$$Q_{cr} / Q_{Ed} = 10.95 \geq 10 \quad \rightarrow \text{cadre rigide latéralement}$$

→ **calcul de 1^{er} ordre avec longueur de flambage correspondant au mode d'instabilité à noeuds déplaçables**

Remarque :

D'un calcul par éléments finis, résulte un rapport $Q_{cr} / Q_{Ed} = 10.8$. L'approximation est donc acceptable.



Question 4

Efforts de calcul

$$M_{Ed} = 0.025 \cdot q_d \cdot l^2 = 0.025 \cdot 17.6 \cdot 15^2 = 99 \text{ kNm}$$

$$N_{Ed} = 0.4 \cdot q_d \cdot l = 0.4 \cdot 17.6 \cdot 15 = 106 \text{ kN}$$

Résistance au flambage

HEA 300 selon l'axe fort

$$N_{cr} = 1.33 \cdot 10^3 \text{ kN} \text{ (question 1.2)}$$

Méthode a pour $\bar{\lambda}_{Ky}$, recommandée :

$$\bar{\lambda}_{Ky} = \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{11250 \cdot 235}{1330}} = 1.41$$

Méthode b :

$$\lambda_{Ky} = h_{Ky} / i_y = 16900 / 127 = 133 \text{ avec } i_y = 127 \text{ mm et } h_{Ky} = 16.9 \text{ m (question 1.1)}$$

$$\lambda_E = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{210000 \text{ N/mm}^2}{235 \text{ N/mm}^2}} = 93.9$$

$$\bar{\lambda}_{Ky} = \frac{\lambda_{Ky}}{\lambda_E} = \frac{133}{93.9} = 1.42$$

Courbe de flambage b, car profilé laminé selon axe fort :

$\chi_K = 0.37$ calculé selon relations SIA 263 § 4.5.1.4
ou déterminé selon abaque SIA 263 figure 7 ou SZS C4.1

$$\sigma_{Ky,Rd} = \chi_K \cdot f_y / \gamma_{M1} = 0.37 \cdot 235 / 1.05 = 82.8 \text{ N/mm}^2$$

$$N_{Ky,Rd} = \sigma_{Ky,Rd} \cdot A = 82.8 \cdot 11300 = 936 \text{ kN}$$

Vérification de l'interaction N_{Ed} et M_{Ed}

Il est admis qu'il n'y a pas de déversement, ni de flambage hors plan. Et on a $\omega_y = \omega = 1$, car le cadre n'est pas tenu transversalement (SIA 263 § 5.1.9.1).

$$M_{y,Rd} = \frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{\gamma_{M1}} = \frac{235 \text{ N/mm}^2 \cdot 1380 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}{1.05} = 308 \text{ kNm}$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Ky,Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cry}}} \cdot \omega \cdot \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} = \frac{106 \text{ kN}}{936 \text{ kN}} + \frac{1}{1 - \frac{106 \text{ kN}}{1330 \text{ kN}}} \cdot 1 \cdot \frac{99 \text{ kNm}}{308 \text{ kNm}} = 0.46 \leq 1.0 \rightarrow \text{ok}$$

De plus, les vérifications de résistance en section sont déjà incluses ci-dessus puisque $\omega = 1$.

PROBLEME 2

Question 1

Tronçons déterminants pour la vérification de la traverse, notamment pour la vérification au déversement :

Note : le diagramme des moments est « idéalisé » car en réalité la plupart des charges agissent sur la couverture et les pannes (i.e. ce sont des forces concentrées, à part le poids propre de la traverse).

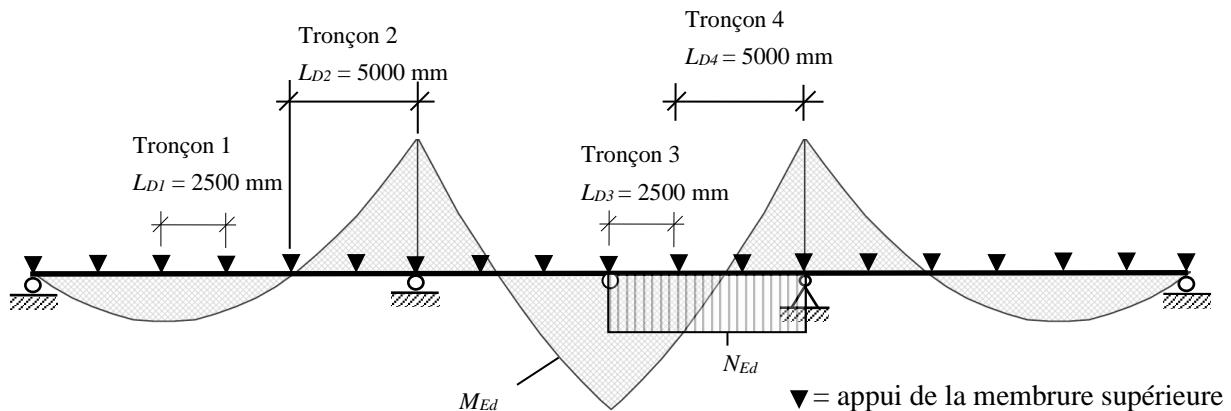


Figure 1 – Tronçons déterminants

Question 2

Plusieurs approches sont possibles pour le prédimensionnement de la traverse. Comme il s'agit d'un élément principalement sollicité en flexion, on choisit de prendre un profilé dans la gamme IPE. Ensuite, pour le choix des dimensions:

1) La vérification de la résistance en section selon la norme SIA 263, § 5.1.6.1, peut être utilisée :

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,y,Rd}} \leq 1.0$$

$$N_{Ed} = Q_d \cdot \sin(\alpha) = 223kN \cdot \sin(40^\circ) = 143kN$$

$$M_{Ed} = 532kNm$$

Choix : IPE 550, S235 valeurs calculées à la main (note : valeurs table SZS C5 : 2018 légèrement plus hautes qu'utilisées ci-dessous).

$$N_{pl,Rd} = 2999kN$$

$$M_{pl,y,Rd} = 622kNm$$

$$\frac{143kN}{2999kN} + \frac{532kNm}{622kNm} = 0.9 \leq 1.0 \quad \rightarrow \text{ok}$$

Un profilé au moins aussi résistant qu'un IPE 550, S235 est donc nécessaire (et il reste env. 10% de marge si le déversement doit être considéré).

2) Utilisation des tables SZS C5 et C4.

La table C5 : 2018, p. 26, nous donne les résistances en section. On constate qu'un IPE 500, S235 ne passe pas en flexion, mais le IPE 550, S235 a de la marge ($M_{y,Rd} = 623.8 \text{ kNm}$). Et que l'effort de compression est faible : $N_{Ed}/N_{Rd} = 143/3008 = 4.8\%$, donc on peut choisir le IPE 550.

De plus, on peut aussi se faire une bonne idée de l'influence du déversement en allant dans la C4, pp. 148-149. Le tableau ci-après résume les informations pour comparer les profilés potentiellement intéressants, pour les 2 typologies de diagramme de moments les plus intéressants (constant, ce qui correspond au minimum, et triangulaire, plus représentatif des zones d'appuis), néanmoins inexact pour la borne supérieure.

IPE (S235)	$M_{pl,y,Rd}$ [kNm]	L_D [mm]	$L_{cr,EP,min}$ [mm]	$L_D \leq L_{cr,min}$	$M_{D,Rd,min}$ [kNm]	$L_{cr,EP,triangle}$ [mm]	$L_D \leq L_{cr,triangle}$	$M_{D,Rd,triangle}$ [kNm]
500	491	2500	1738	KO	473	3475	OK	491
500	491	5000	1738	KO	356	3475	KO	433
550	624	2500	1798	KO	604	3596	OK	624
550	624	5000	1798	KO	466	3596	KO	557
600	786	2500	1881	KO	766	3761	OK	786
600	491	5000	1881	KO	606	3761	KO	711

On constate rapidement que le IPE 500 n'est pas assez résistant. Par contre le IPE 550, bien que influencé par le déversement dans toutes les zones sous moment constant ($L_D > L_{cr,min}$), a encore un moment résistant encore suffisant que ce soit en travée ($L_D = 2.5$ m) ou près des appuis ($L_D = 5$ m, $M_{triangle}$); il reste même une petite marge ($523/557 = 0.94$) pour l'effort normal. Le profilé IPE 600 lui passe facilement. On tente donc avec le IPE 550 pour faire les vérifications détaillées.

Question 3

Les tronçons critiques pour la vérification au déversement sont indiqués dans la figure 1.

Il faut d'abord vérifier s'il se produira du déversement ou non. Cela s'effectue selon la norme SIA 263, tableau 6; longueurs critiques de déversement ou selon le TGC 10, p. 177.

Remarques :

- Les conditions du tableau 6 sont valables SI ET SEULEMENT SI $\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \leq 0.15$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = \frac{143}{2999} = 0.048 \leq 0.15 \rightarrow \text{ok}$$
- Hypothèse: Méthode de calcul EP (diagramme élastique) \rightarrow ok, IPE 550 S235 appartient à la classe de section 1 (SZS C5, p.26).

Pour le tronçon 1 : $\Psi = \frac{M^+_{Ed,min}}{M^+_{Ed,max}} = \frac{152kNm}{194kNm} = 0.78$

$$L_D = 2500\text{nm}$$

$$L_{cr} = 2.7 \cdot i_z \cdot (1 - 0.5 \cdot \Psi) \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 2.7 \cdot 44.5\text{mm} \cdot (1 - 0.5 \cdot 0.78) \cdot \sqrt{\frac{210000}{235}} = 219\text{mm}$$

$$L_D = 2500\text{mm} \geq L_{cr} = 219\text{mm}$$

\rightarrow ko. Vérification au déversement nécessaire.

Pour le tronçon 2 : $\Psi = \frac{M^+_{Ed,min}}{M^-_{Ed,max}} = \frac{19kNm}{-523kNm} = -0.036$

$$L_D = 5000\text{nm}$$

$$L_{cr} = 2.7 \cdot i_z \cdot (1 - 0.5 \cdot \Psi) \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 2.7 \cdot 44.5\text{mm} \cdot (1 - 0.5 \cdot (-0.036)) \cdot \sqrt{\frac{210000}{235}} = 3656\text{nm}$$

$$L_D = 5000\text{mm} \geq L_{cr} = 3656\text{mm}$$

→ **ko.** Vérification au déversement nécessaire.

Pour le tronçon 3 :

$$\psi = \frac{M_{Ed,\min}^+}{M_{Ed,\max}^+} = \frac{273kNm}{532kNm} = 0.51$$

$$L_D = 2500nm$$

$$L_{cr} = 2.7 \cdot i_z \cdot (1 - 0.5 \cdot \psi) \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 2.7 \cdot 44.5mm \cdot (1 - 0.5 \cdot 0.51) \cdot \sqrt{\frac{210000}{235}} = 2676nm$$

$$L_D = 2500nm \leq L_{cr} = 2676nm$$

→ **ok.** Aucun déversement sur ce tronçon.

Pour le tronçon 4 :

$$\psi = \frac{M_{Ed,\min}^+}{M_{Ed,\max}^-} = \frac{273kNm}{-523kNm} = -0.52$$

$$L_D = 5000nm$$

$$L_{cr} = 2.7 \cdot i_z \cdot (1 - 0.5 \cdot \psi) \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 2.7 \cdot 44.5mm \cdot (1 - 0.5 \cdot (-0.52)) \cdot \sqrt{\frac{210000}{235}} = 4526nm$$

$$L_D = 5000nm \geq L_{cr} = 4526nm$$

→ **ko.** Vérification au déversement nécessaire.

Ceci confirme les constatations du tableau établi à partir de la Szs C4 (avec diagrammes moments approx.), soit que le moment résistant est influencé par le déversement. Les calculs montrent aussi que le tronçon 3 ne doit pas être vérifié au déversement. La vérification de la résistance en section a déjà été réalisée dans la réponse question 2.

A priori, trois tronçons (1, 2 et 4) doivent être vérifiés au déversement. Bien que le tronçon 4 présente une distribution des moments plus favorable que le tronçon 2 (pour la même longueur de déversement), il est soumis à un effort normal de compression $N_{Ed} = 143$ kN et devra être vérifié en considérant l'interaction *moment-effort normal* (cet effort normal reste faible, moins de 5% de $N_{pl,Rd}$). Le tronçon 1 n'est pas critique car son moment de sollicitation $M_{Ed,1}$ est considérablement inférieur, moins de 40%, aux moments $M_{Ed,max}$ des autres tronçons (i.e. si $M_{Ed,max} < M_{D,Rd}$ pour les autres tronçons, alors cela devrait passer pour le tronçon 1 également, malgré le cas plus défavorable de ψ). Donc nous choisissons de vérifier le tronçon 2 qui, au déversement, devrait être le plus critique de tous.

Vérification du tronçon 2 pour un IPE 550, S 235 selon la norme SIA 263, § 4.5.2 et annexe B

$$I_z = 26.7 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad W_{el,y} = 2440 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \quad W_{pl,y} = 2780 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \quad K = 1.22 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad \text{Szs C5}$$

$$i_D = \sqrt{I_{z,red}/A_{red}} = \sqrt{(t_f \cdot b^3 + (h - t_f)/6 \cdot t_w^3)/(12 \cdot (t_f \cdot b + (h - t_f)/6 \cdot t_w))} = 54 \text{ mm}$$

$$\eta = 1.75 - 1.05\psi + 0.3\psi^2 = 1.75 - 1.05(-0.036) + 0.3 \cdot 0.036^2 = 1.79$$

$$L_K = \frac{L_D}{\sqrt{\eta}} = \frac{5000}{\sqrt{1.79}} = 3737 \text{ mm}$$

$$\lambda_k = \frac{l_K}{i_D} = \frac{3737}{53} = 70.51$$

$$\sigma_{DV} = \eta \cdot \frac{\pi}{L_D \cdot W_{y,el}} \cdot \sqrt{G \cdot K \cdot E \cdot I_z}$$

$$= 1.79 \cdot \frac{\pi}{5000 \cdot 2440 \cdot 10^3} \cdot \sqrt{81'000 \cdot 1.22 \cdot 10^6 \cdot 210'000 \cdot 26,7 \cdot 10^6} = 343 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{DW} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210'000}{70.51^2} = 417 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{cr,D} = \sqrt{\sigma_{DV}^2 + \sigma_{DW}^2} = \sqrt{343^2 + 417^2} = 540 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{cr} = W_{y,el} \cdot \sigma_{cr,D} = 2440 \cdot 10^3 \cdot 540 = 1318 \text{ kNm}$$

$$\bar{\lambda}_D = \sqrt{\frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{2780 \cdot 10^3 \cdot 235}{1318}} = 0.704$$

$$\phi_D = 0.5 \cdot [1 + \alpha_D (\bar{\lambda}_D - 0.4) + \bar{\lambda}_D^2] = 0.5 \cdot [1 + 0.21(0.704 - 0.4) + 0.704^2] = 0.78$$

$$\chi_D = \left[\phi_D + \sqrt{(\phi_D^2 - \bar{\lambda}_D^2)} \right]^{-1} = \left[0.78 + \sqrt{(0.78^2 - 0.704^2)} \right]^{-1} = 0.896$$

Notes:

- χ_D peut aussi être obtenu à la page 146 de la Szs C4 (uniquement pour les profilés laminés)
- avec comme courbe de déversement (profilé laminé) : courbe a, $\alpha_D = 0.21$

$$M_{D,Rd} = \frac{\chi_D \cdot W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_m_1} = \frac{0.896 \cdot 2780 \cdot 10^3 \cdot 235}{1.05} = 557.6 \text{ kNm} \quad (= 557 \text{ kNm selon Szs C4})$$

$$M_{D,Rd} = 557.6 \text{ kNm} \geq M_{Ed} = 523 \text{ kNm} \quad \rightarrow \text{ok}$$

Alternativement, vérification du tronçon 4 pour un IPE 550, S 235, selon la norme SIA 263 et avec l'aide des tables Szs

La vérification à l'interaction *moment-effort normal*, en stabilité, doit s'effectuer avec l'expression (49) si le flambage hors-plan est empêché, ou alors selon (50) ou (51) pour le cas flambage et déversement non-empêchés.

Le flambage hors-plan est-il empêché ?

Flambage selon z-z, pour une longueur de 2.5 m car les pannes constituent des appuis. La table Szs C4 nous donne : $N_{kz,Rd} = 1/2(2548+2477) = 2512 \text{ kN}$. Etant donné que $N_{kz,Rd} < N_{pl,Rd}$ le flambage n'est pas empêché, d'autant plus que l'élancement normalisé vaut $\sqrt{3158/8854} = 0.6 > 0.5$. Nous devons donc utiliser l'expression (50), ou (51).

La table Szs C4 nous donne directement les valeurs des résistances au flambage et déversement :

- Flambage selon y-y, pour une longueur de 7.5 m car conservativement on admet aucun appui intermédiaire (C4 p. 29) : $N_{ky,Rd} = 2890 \text{ kN} > N_{kz,Rd}$, donc axe z contrôle !
- Selon errata Sia 263 : 2022, il faut utiliser $\omega_y = 1$ et pour le moment de déversement, pour $L_{D4} = 5 \text{ m}$, cas approx. $M_{min} = -1/2M_{max}$ (C4 p. 110) : $M_{D,Rd} = 583 \text{ kNm}$

$$\text{Il nous reste à déterminer } N_{cry} = \frac{\pi^2 E \cdot I_y}{l_{ky}^2} = \frac{\pi^2 21000 \cdot 671.2 \cdot 10^6}{7500^2} = 24731 \text{ kN}$$

La vérification peut maintenant être effectuée, en réécrivant la formule (50) adaptée à notre cas, soit $N_{k,Rd,min} = N_{kz,Rd}$:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{kz,Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cry}}} \frac{\omega_y \cdot M_{Ed,max}}{M_{D,Rd}} \leq 1.0$$

$$\frac{143}{2512} + \frac{1}{1 - \frac{143}{24731}} \frac{523}{583} = 0.959 < 1.0 \quad \rightarrow \text{OK}$$

A cause des couplages des modes d'instabilité, la vérification est juste satisfaite, le profilé IPE 550 est donc suffisant pour cette traverse, pour tous les tronçons.

Remarque : Alternativement, on peut effectuer cette vérification en utilisant la formule (51) de la SIA 263, cela devrait donner le même résultats (aux arrondis près). Vérifions-le :

Sollicitations : $N_{Ed} = 143 \text{ kN}$, $M_{y,Ed} = -523 \text{ kNm}$, $M_{z,Ed} = 0$

Données : IPE 550 S235

SZS C5 pp. 30-31

$b = 210 \text{ mm}$, $h = 550 \text{ mm}$, $t_f = 17.2 \text{ mm}$

$I_y = 671.2 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

$M_{y,Rd} = 624 \text{ kNm}$

SZS C5 p. 26

Calcul valeurs utilisées dans formule (51)

SIA263 § 5.1.10.2

$$\beta = 0.4 + \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{b}{h-t_f} = 0.948 \quad \text{mais} \quad \beta \geq 1.0 \quad \text{donc} \quad \beta = 1.0$$

$N_{cry} = 24731 \text{ kN}$

SZS C4 pp. 28-30

$N_{ky,Rd} = 2890 \text{ kN}$, $N_{kz,Rd} = 2512 \text{ kN}$ donc $N_{k,Rd,min} = 2512 \text{ kN}$ (axe z contrôle !)

$M_{D,Rd} = 583 \text{ kNm}$

SZS C4 p. 110

Et $\omega_y = 1.0$

$$M_{y,red,Rd} = M_{D,Rd} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{k,Rd,min}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cry}}\right) = 546 \text{ kNm}$$

Et satisfait la condition : $M_{y,red,Rd} \leq \omega_y \cdot M_{D,Rd} = 583 \text{ kNm}$

$$\text{Vérification (aucun moment selon z)} : \left(\frac{\omega_y \cdot M_{y,Ed}}{M_{y,red,Rd}}\right)^\beta = \left(\frac{523}{546}\right)^1 = 0.957 < 1 \quad \text{OK}$$

On arrive à la même conclusion. Remarque : les vérifications ci-dessus sont de plus conservatrices car on a fait les hypothèses suivantes :

1. Flambage selon y-y, longueur prise conservativement égale à 7.5 m. Mais justifier d'une longueur inférieure ne change rien puisque c'est le flambage selon z-z qui contrôle, c'est elle qu'il faut diminuer.
2. Effort normal, il est faible, moins de 5% de $N_{pl,Rd}$, ce qui nous autorise à utiliser le Tab. 6 et c'est une indication que le couplage flambage-déversement est faible. Or ensuite on considère ce couplage et donc on ne peut pas s'affranchir de la condition stricte : si $N_{k,Rd,min} = N_{kz,Rd}$ il faut utiliser $\omega_y = 1$ et $M_{Rd} = M_{D,Rd}$ (pour couvrir les cas de couplage d'instabilités en flexion-torsion).

Autre solution, par rapport au point 2, avoir des appuis latéraux plus rapprochés selon z-z. Pour montrer l'influence, l'Annexe 1 effectue la vérification dans le cas où $N_{ky,Rd}$ contrôlerait.

ANNEXE 1 (question 3) : Exemple de vérification du tronçon 4 au cas où $N_{ky,Rd}$ contrôlerait.

Flambage selon z-z admis empêché. Et on admet le diagramme des moments comme pratiquement linéaire, donc : $\omega_y = 0.6 + 0.4 \frac{273}{523} = 0.81$

La table SZS C4 nous donne directement les valeurs des résistances au flambage et déversement :

- Flambage selon y-y, $l_{ky} = 7.5$ m : $N_{ky,Rd} = 2890$ kN
- Comme précédemment, $M_{D,Rd,eff} = 583$ kNm
- $N_{cry} = \pi^2 \frac{210000 \cdot 671.2 \cdot 10^6}{7500^2} = 24731$ kN

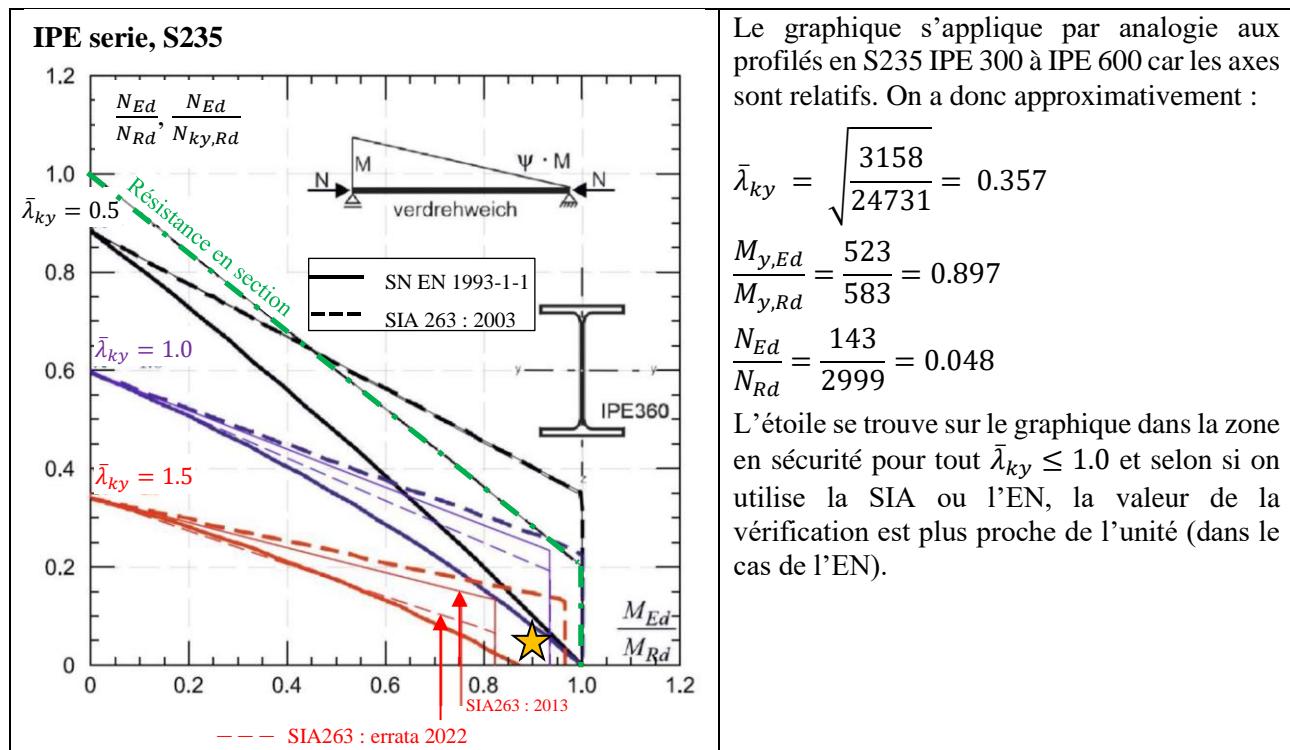
La vérification peut être effectuée avec la formule (49):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{ky,Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{ky,Rd}}} \frac{\omega_y \cdot M_{Ed,max}}{M_{D,Rd,eff}} \leq 1.0$$

$$\frac{143}{2890} + \frac{0.81}{1 - \frac{143}{2890}} \frac{523}{583} = 0.0494 + 0.73 = 0.784 \leq 1.0 \quad \rightarrow \text{ok}$$

La vérification est facilement faite plus facilement qu'à la question 3 (0.959<1), **le profilé IPE 550 est suffisant**. Ceci confirme que les profilés IPE sont très sensibles aux phénomènes d'instabilité, y.c. d'instabilités couplées. Et aussi, car on est proche de satisfaire les vérifications malgré que $N_{kz,Rd}$ contrôle, que le plus efficace et économique est généralement l'ajout d'appuis latéraux (pannes ou raidisseurs) plutôt que de prendre un profilé plus grand.

La figure ci-après, tirée d'un document de la commission de norme SIA 263 produit par A. Taras (2022), illustre l'application des formules de vérification en stabilité pour un IPE soumis à un effort normal et un moment de forme triangulaire.



PROBLEME 3 LTBEAM (FACULTATIF)

Question 1

Les colonnes sont beaucoup plus rigides que la poutre, le rapport des inerties I_y vaut est supérieure à $592/27.7 = 21$ (hyp. conservatrices $h = L$ et sans le béton). Donc on peut admettre un cas bi-encastré et rigide à la torsion. Cela nous conduit, selon le Tableau 11.7, au cas : $k_v = 0.5$ et $k_\phi = 0.5$.

Nous pouvons simplifier la relation 11.6 du TGC10 pour résoudre ce problème car :

- le point d'application étant admis au centre de cisaillement, $z_a = 0$
- la section est bi-symétrique, donc $\beta = 0$
- le Tableau 11.8 ne donne les valeurs que pour le cas $k_\phi = 1$, qui est conservateur. La constante pour notre cas de charge et $k_v = 0.5$ vaut $C_1 = -1.49$ (M_{\max} et déversement dans les zones d'appuis).

Et la relation devient donc :

$$M_{cr,D} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{k_v k_\phi L_D^2} \sqrt{\frac{I_\omega}{I_z} \left(\frac{G K k_\phi^2 L_D^2}{\pi^2 EI_\omega} + 1 \right)}$$

La longueur de déversement vaut $L_D = 5000$ mm et les caractéristiques de la section sont (table Szs C5) :

$$I_z = 2.05 \cdot 10^6 \text{ mm}^4, K = 0.0898 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\text{Avec les formules (4.50)(4.59b)} : I_\omega = \frac{1}{3} t_f (h - t_f)^2 \left(\frac{b}{2}\right)^3 = \frac{1}{3} 9.2 (220 - 9.2)^2 \left(\frac{110}{2}\right)^3 = 22.8 \cdot 10^9 \text{ mm}^6.$$

$$M_{cr,D} = -1.49 \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 2.05 \cdot 10^6}{0.5 \cdot 5000^2} \sqrt{\frac{22.7 \cdot 10^9}{2.05 \cdot 10^6} \left(\frac{81000 \cdot 0.0898 \cdot 10^6 \cdot 5000^2}{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 22.7 \cdot 10^9} + 1 \right)} \\ = -117 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

Question 2

Nous trouvons 15% de plus que la valeur du TGC 10, exemple 11.1. L'encastrement à la torsion aux appuis a donc un effet modéré. Il est moins important que le fait d'avoir des encastrements à la flexion (la différence entre bi-articulé et bi-encastré est une augmentation de $M_{cr,D}$ de 129%). Notons encore que l'influence de chacune de ces conditions d'appuis est importante mais reste inférieure à celle de la présence d'un appui intermédiaire (voir exemple 11.3 du TGC10), qui reste la solution de référence aux problèmes de stabilité.

Question 3

La méthode de l'annexe B de la SIA 263 n'est pas directement applicable car elle ne couvre pas les cas de diagramme des moments non-linéaires.

Question 4

L'influence des conditions d'appuis, de chargement, etc. peut être étudiée de manière plus complète en utilisant le logiciel gratuit LTBEAM. On va étudier les cas suivants :

- $z_a = 0$ et gauchissement libre ($k_\phi = 1$)
- $z_a = 0$ et gauchissement empêché
- $z_a = 110$ mm (sous l'aile inférieure) et gauchissement empêché.

Le tableau ci-dessous résume les données et résultats, ainsi que la comparaison :

Case	a	b	c	
Total length, L [m]	5	5	5	
Nb elements	100	100	100	
Steel : E, v	210000, 0.3	210000, 0.3	210000, 0.3	
Section (in catalogue)	IPE 220	IPE 220	IPE 220	
Lateral restraints, Left and Right	$z/S = 0$ $v = \text{fixed}$ $\theta (= \varphi) = \text{fixed}$ $v' = \text{free}$ $\theta' (= \varphi') = \text{free}$ No interm. restraints	$z/S = 0$ $v = \text{fixed}$ $\theta (= \varphi) = \text{fixed}$ $v' = \text{free}$ $\theta' (= \varphi') = \text{fixed}$ No interm. restraints	$z/S = 0$ $v = \text{fixed}$ $\theta (= \varphi) = \text{fixed}$ $v' = \text{free}$ $\theta' (= \varphi') = \text{fixed}$ No interm. restraints	
Loading:	- End supports - Distributed loads kN/m z/S [mm] - Ext. end moments - Point loads - Point moment	$ — $ (bi-encastré) $q_1 = q_2 = -1$ (valeur sans effet) 0 No No No	$ — $ (bi-encastré) $q_1 = q_2 = -1$ 0 No No No	$ — $ (bi-encastré) $q_1 = q_2 = -1$ -110 No No No
Critical moment:	- Critical factor, μ_{cr} - Critical moment, $M_{cr,D}$ [kNm]	49.33 (fct valeur charges) -102.8	67.11 -139.8	107.49 -223.9
d. Commentaires	Pratiquement identique à TGC10 ex. 11.1 cas bi-encastré (et 229% du cas bi-articulé).	136%, augmentation qui correspond à l'influence de k_φ que seulement LTBEAM permet d'évaluer	218%, soit plus du double, provenant en grande partie de la position de q . (cas bi-articulé, la position de q correspond à 124% du cas $z_a = 0$, l'influence de la position est donc moindre). Par rapport à seulement 117%, lorsqu'on encastre dans une colonne rigide à la torsion ($k_v = 0.5$)	